

ریاضی ۲

پایه می دوازدهم « رشته می علوم تجربی »

فصل ۷ : احتمال

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه

استان خوزستان

فروردین ۱۳۹۹

درس اول: یادآوری مفاهیم احتمال

در این درس و به جهت اهمیت موضوع، مفاهیم مقدماتی مربوط به احتمال را یادآوری می‌کنیم.

یادآوری مفاهیم احتمال

مفاهیم مربوط به احتمال که در پایه‌های قبل با آنها آشنا شده‌اید به شرح زیر می‌باشند.

۱: پدیده‌ی تصادفی

هر پدیده یا آزمایش که نتیجه‌ی آن را نتوان قبل از انجام به طور قطعی پیش بینی کرد را پدیده‌ی تصادفی می‌نامند.

۲: فضای نمونه‌ای

مجموعه‌ی همه‌ی نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه‌ای می‌نامند و آن را با S نمایش می‌دهند.

۳: برآمد

هر یک از اعضای فضای نمونه‌ای را برآمد می‌گویند.

۴: پیشامد تصادفی

هر زیر مجموعه از فضای نمونه‌ای را پیشامد تصادفی نامیده می‌شود و آنرا نیز با یک حرف بزرگ لاتین مانند E نمایش می‌دهند.

۵: اعمال روی پیشامدها

الف: اجتماع دو پیشامد A و B که با نماد $A \cup B$ نوشته می‌شود، پیشامدی است که با رخ دادن پیشامد A یا پیشامد B یا هر دو رخ دهد.

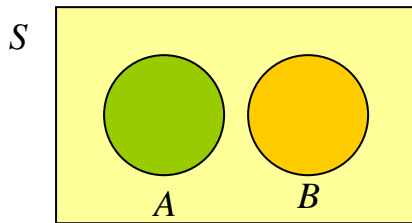
ب: اشتراک دو پیشامد A و B که با نماد $A \cap B$ نوشته می‌شود، پیشامدی است که با رخ دادن هر دو پیشامد A و B رخ دهد.

ج: تفاضل پیشامد B از پیشامد A که با نماد $A - B$ نوشته می‌شود، پیشامدی است که با رخ دادن A و رخ ندادن B رخ دهد.

د: اگر S فضای نمونه‌ای و E یک پیشامد تصادفی از آن باشد، پیشامدی را که متناظر با رخ ندادن E می

باشد، مکمل E می نامند و آن را با E' یا E^c نمایش می دهند. بدیهی است که $E' = S - E$

۶: پیشامدهای ناسازگار

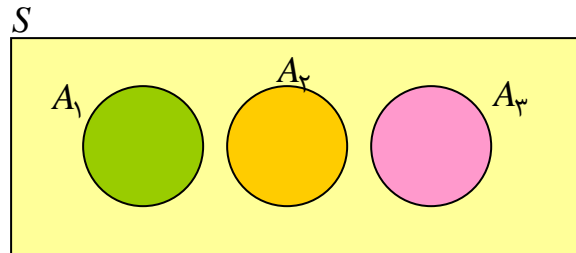


دو پیشامد A و B را ناسازگار گویند، هرگاه هر دو با هم رخ ندهند. به عبارت دیگر اشتراک آنها تهی است.

$$A \cap B = \Phi$$

توجه: پیشامدهای A_1 و A_2 و A_3 و ... و A_n را دوبرو ناسازگار گوئیم، هرگاه هیچ دوتایی از آنها نتوانند با

هم رخ دهند.



۷: احتمال وقوع یک پیشامد تصادفی

اگر E یک پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشد، در این صورت، خارج قسمت تعداد اعضای پیشامد تصادفی E

بر تعداد اعضای فضای نمونه‌ای نظیر آن یعنی S ، را احتمال وقوع پیشامد تصادفی E می نامند.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد حالت های ممکن}}$$

مثال ۱: در پرتاب یک تاس، احتمال آن را حساب کنید که مضرب ۳ بیاید.

حل:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n(S) = 6$$

$$E = \{3, 6\} \rightarrow n(E) = 2$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

احتمال آمدن مضرب ۳

مثال ۲: از بین اعداد طبیعی از ۱۰ تا ۱۰۰ به تصادف یک عدد انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را حساب کنید که عدد انتخاب شده مضرب ۸ باشد.

حل:

$$S = \{10, 11, 12, \dots, 100\} \rightarrow n(S) = b - a + 1 = 100 - 10 + 1 = 91$$

$$E = \{16, 24, \dots, 96\} \rightarrow n(E) = \frac{b - a}{k} + 1 = \frac{96 - 16}{8} + 1 = 11$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{11}{91}$$

مثال ۳: تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر A پیشامد رخ دادن عدد بزرگتر از ۵ و B پیشامد رخ دادن عدد کمتر از ۳ باشد. نشان دهید که این دو پیشامد ناسازگارند.

حل:

$$\text{فضای نمونه ای } S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n(S) = 6$$

$$B = \{1, 2\} \quad \text{عدد کمتر از ۳} \quad A = \{6\} \quad \text{عدد بزرگتر از ۵}$$

و چون $A \cap B = \{\}$ این دو پیشامد ناسازگارند.

۸: اصول احتمال

برای هر پیشامد مانند E از فضای نمونه ای S ، احتمال وقوع E ، عددی حقیقی از بازه‌ی $[0, 1]$ می‌باشد و آن را با $P(E)$ نمایش می‌دهند. اصول احتمال عبارتند از:

$$\text{اصل ۱: } P(S) = 1$$

$$\text{اصل ۲: برای هر دو پیشامد } A \text{ و } B \text{ که } A \cap B = \Phi \text{ داریم، } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\text{اصل ۳: برای هر دو پیشامد } A \text{ و } B \text{ که } A = B \text{ داریم، } P(A) = P(B)$$

نتیجه:

$$\text{الف: برای هر پیشامد مانند } E \text{ از فضای نمونه ای } S \text{، داریم } P(E') = 1 - P(E)$$

$$\text{ب: } P(\Phi) = 0$$

۹: روابط اساسی احتمال

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S می توان روابط زیر را نوشت:

$$\text{الف) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{ب) } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

مثال: اعداد طبیعی از ۱۱ تا ۱۰۰ را روی صد کارت می نویسیم و یک کارت به تصادف از میان آنها

استخراج می کنیم. مطلوبست احتمال اینکه عدد روی این کارت:

الف: بر ۴ یا بر ۶ بخش پذیر باشد.

ب: بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.

حل:

$$S = \{11, 12, \dots, 100\} \rightarrow n(S) = b - a + 1 = 100 - 11 + 1 = 90$$

$$\text{بخش پذیر بر ۴ } A = \{12, 16, \dots, 96, 100\} \rightarrow n(A) = \frac{b-a}{k} + 1 = \frac{100-12}{4} + 1 = 23$$

$$\text{بخش پذیر بر ۶ } B = \{12, 18, \dots, 96\} \rightarrow n(B) = \frac{b-a}{k} + 1 = \frac{96-12}{6} + 1 = 15$$

$$\text{بخش پذیر بر ۱۲ } A \cap B = \{12, 24, \dots, 96\} \rightarrow n(A \cap B) = \frac{b-a}{k} + 1 = \frac{96-12}{12} + 1 = 8$$

(۶۴۴)

الف:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{23}{90} + \frac{15}{90} - \frac{8}{90} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

ب:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{23}{90} - \frac{8}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

توجه: پیشامدهای A_1 و A_2 و A_3 و ... و A_n را دوبدو ناسازگار باشند. در این صورت می توان نوشت:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n)$$

گوییم، هرگاه هیچ دوتایی از آنها نتوانند با هم رخ دهند.

۱۰: احتمال شرطی

فرض کنید B و A دو پیشامد باشند، به قسمی که $P(B) > 0$ در این صورت اگر B رخ داده باشد، احتمال وقوع A را با نماد $P(A|B)$ نشان می‌دهیم و آنرا احتمال شرطی A به شرط وقوع B (یعنی B قبل از A رخ داده باشد) می‌گوییم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

مثال: اگر $P(A - B) = \frac{1}{4}$ و $P(A) = \frac{3}{4}$ باشد. مقدار $P(B|A)$ را بدست آورید.

حل:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

۱۱: پیشامدهای مستقل

اگر B و A دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، بطوری که $P(A), P(B) > 0$ ، آنگاه این دو پیشامد را **مستقل** گوییم، هرگاه احتمال وقوع یکی از آنها بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد. اگر دو پیشامد B و A مستقل نباشند، آنها را **وابسته** می‌گوییم.

نتیجه:

(۱) اگر B و A دو پیشامد مستقل باشند، در این صورت:

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

(۲) اگر B و A دو پیشامد وابسته باشند، در این صورت:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$= P(B).P(A|B)$$

توجه: اگر حداقل یکی از دو پیشامد A و B تهی باشد. این دو پیشامد مستقل هستند.

مثال : ۷۵ درصد افراد جامعه ای چشم میخی و ۴۰ درصد گروه خونی A دارند، یک فرد به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آنکه این فرد چشم میخی یا گروه خونی A داشته باشند، کدام است؟

۰/۷۸ (۱) ۰/۸۲ (۲) ۰/۸۵ (۳) ۰/۹۵ (۴)

حل: دو پیشامد چشم میخی بودن و گروه خونی A داشتن مستقل هستند، پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = \frac{3}{4} + \frac{2}{5} - \left(\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}\right) = \frac{17}{20} = 0.85$$

مثال : اگر $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A|B) = \frac{1}{6}$ و دو پیشامد A و B مستقل باشند. $P(A \cup B)$ را بدست

آورید.

حل :

$$P(A|B) = P(A) = \frac{1}{6} \\ P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24} \\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{24} = \frac{3}{8}$$

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه

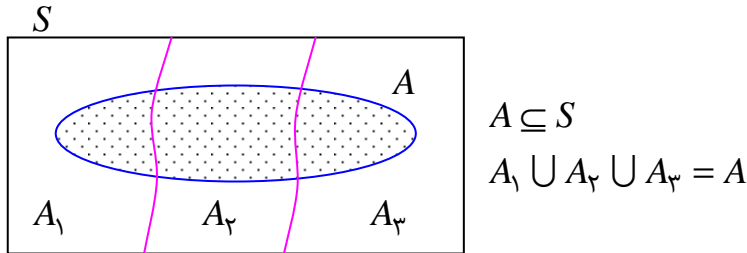
استان خوزستان

درس دوم: قانون احتمال کل

قانون احتمال یکی از قوانین مهم در احتمالات می باشد. در این درس می خواهیم، به این قانون بپردازیم.

قانون احتمال کل

اگر A_1 و A_2 و A_3 یک افراز^۱ از S و A یک پیشامد از S باشد. در این صورت:



$$P(A) = P(A \cap A_1) + P(A \cap A_2) + P(A \cap A_3)$$

$$= P(A_1) \cdot P(A | A_1) + P(A_2) \cdot P(A | A_2) + P(A_3) \cdot P(A | A_3) = \sum_{i=1}^3 P(A_i) \cdot P(A | A_i)$$

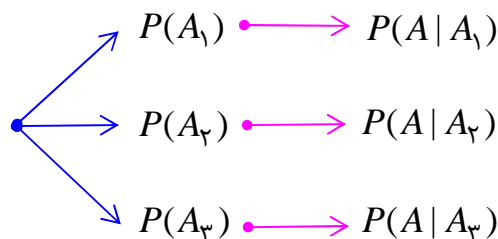
تذکر: این تساوی را می توان برای تعداد محدودی پیشامد ناسازگار تعمیم داد.

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(A | A_i)$$

یادآوری: دو یا چند پیشامد را ناسازگار گویند، هرگاه اشتراک دو به دوی آنها تهی باشد.

توجه: می توان متناظر فرمول فوق نمودار زیر را رسم نمود. این نمودار که به نمودار درختی موسوم است،

حل مسائلی که به کمک فرمول فوق قابل حل هستند را آسانتر می کند.

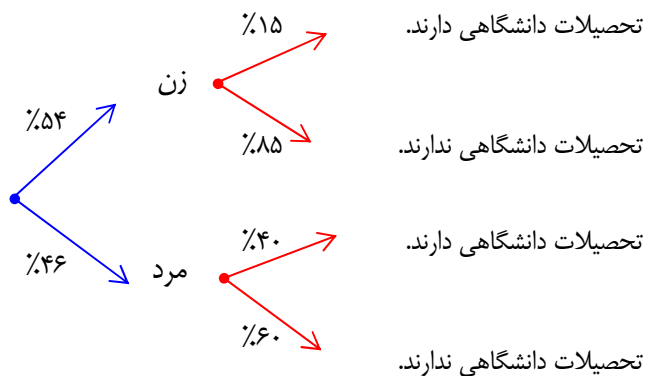


^۱. اگر S یک مجموعه ی ناتهی باشد. گویند S به زیر مجموعه های ناتهی A_1 و A_2 و A_3 و ... و A_n افراز شده است. هر گاه اشتراک هر دوی آنها تهی بوده و اجتماع همه ی آنها برابر S باشد. برای مثال تبدیل مجموعه ی اعداد طبیعی به اعداد زوج و فرد، یک افراز محسوب می شود.

آموزش ریاضی ۳ تهیه کننده : جابر عامری

مثال : ۵۴٪ جمعیت کشوری را زنان و بقیه را مردان تشکیل می دهند. اگر ۱۵٪ زنان و ۴۰٪ مردان این کشور تحصیلات دانشگاهی داشته باشند و یک نفر از این کشور را به تصادف انتخاب کنیم. احتمال اینکه فرد انتخاب شده دارای تحصیلات دانشگاهی باشد، چقدر است؟

حل: ابتدا نمودار درختی را رسم می کنیم.



لذا احتمال اینکه فرد انتخاب شده تحصیلات دانشگاهی داشته باشد. برابر است با:

$$P(A) = (0.54 \times 0.15) + (0.46 \times 0.40) = 0.265$$

مثال : با توجه به تمرین قبل احتمال اینکه فرد انتخاب شده تحصیلات دانشگاهی نداشته باشد، چقدر است؟

حل: روش اول

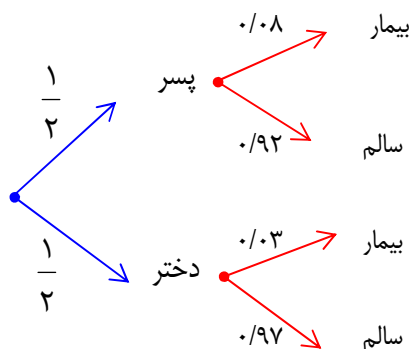
$$P(B) = (0.54 \times 0.85) + (0.46 \times 0.60) = 0.735$$

روش دوم : با توجه به مثال قبل، کافی است مکمل پیشامد A را تعیین کنیم.

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0.265 = 0.735$$

مثال: اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر یک زوج جوان 0.08 و به نوزاد دختر آنها 0.03 باشد، به چه احتمالی فرزند آنها به این بیماری مبتلا خواهد شد؟

حل : ابتدا نمودار درختی را با توجه به مسئله رسم می کنیم.



$$\rightarrow P(A) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{8}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{100}\right) = \frac{11}{200} = 0.055$$

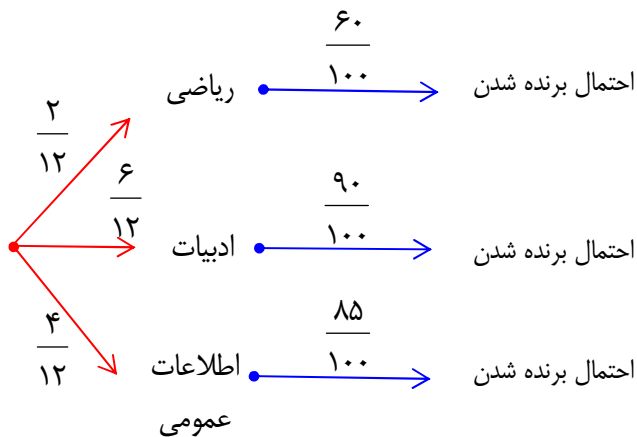
احتمال تولد فرزند بیمار

مثال : محسن در یک مسابقه شرکت کرده است. سه بسته ی سؤال که یکی شامل سوال های ادبیات، یکی ریاضی و یکی اطلاعات عمومی است وجود دارد. اگر بسته ی سؤال های ادبیات را به او بدهند. به احتمال ۹۰



درصد برنده خواهد شد. اگر بسته ی سؤال های ریاضی را به او بدهند، به احتمال ۶۰ درصد و اگر بسته ی سوال های اطلاعات عمومی را به او بدهند، به احتمال ۸۵ درصد برنده خواهد شد. در صورتی که با چرخاندن عقربه ی چرخان در شکل مقابل نوع سؤال هایی که به او داده می شود، مشخص شود، تعیین کنید او به چه احتمالی برنده خواهد شد؟

حل : ابتدا نمودار درختی را با توجه به صورت مسئله رسم می کنیم.



لذا احتمال برنده شدن محسن برابر :

$$P(A) = \left(\frac{1}{6} \times \frac{60}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{90}{100}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{85}{100}\right) = \frac{5}{6}$$

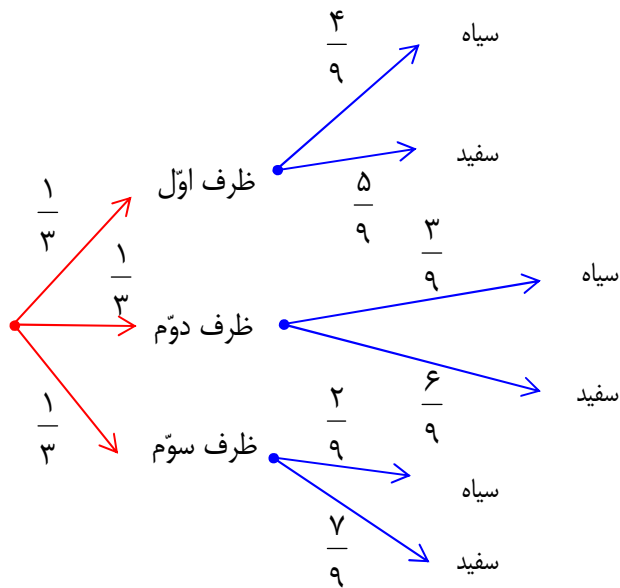
مثال : سه ظرف داریم. ظرف اول شامل ۴ مهره سیاه و ۵ مهره سفید و ظرف دوم شامل ۳ مهره سیاه و ۶ مهره سفید و ظرف سوم شامل ۲ مهره سیاه و ۷ مهره سفید است. یک ظرف به تصادف انتخاب نموده و به

تصادف مهره ای از آن بیرون می آوریم.

الف : احتمال سفید بودن آن چقدر است؟

ب : احتمال سیاه بودن آن چقدر است؟

حل: ابتدا نمودار درختی را رسم می کنیم.



لذا احتمال اینکه مهره‌ی انتخاب شده سفید باشد. برابر است با:

$$P(A) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{5}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{7}{9}\right) = \frac{5}{27} + \frac{6}{27} + \frac{7}{27} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

همچنین احتمال سیاه بودن مهره‌ی انتخابی برابر :

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

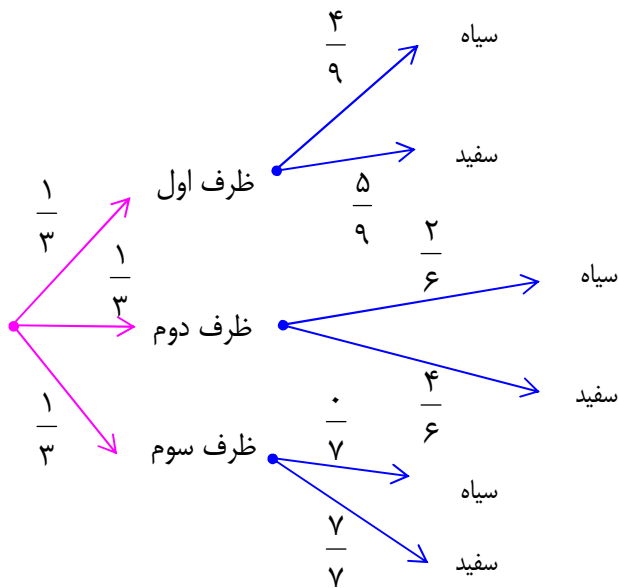
مثال : سه ظرف داریم. ظرف اول شامل ۴ مهره سیاه و ۵ مهره سفید و ظرف دوم شامل ۲ مهره سیاه و ۴ مهره سفید و ظرف سوم فقط شامل ۷ مهره سفید است. یک ظرف به تصادف انتخاب نموده و به تصادف مهره‌ی

از آن بیرون می آوریم.

الف : احتمال سفید بودن آن چقدر است؟

ب : احتمال سیاه بودن آن چقدر است؟

حل: ابتدا نمودار درختی را رسم می کنیم.



لذا احتمال اینکه مهره ی انتخاب شده سفید باشد برابر است با:

$$P(A) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{5}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{6}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{7}{7}\right) = \frac{5}{27} + \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{20}{27}$$

و احتمال اینکه مهره ی انتخاب شده سیاه باشد برابر است با:

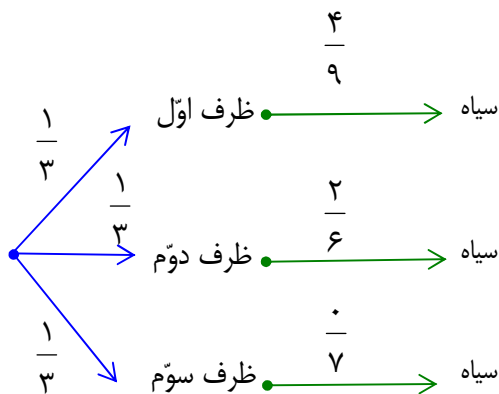
$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{20}{27} = \frac{7}{27}$$

مثال: سه ظرف داریم. ظرف اول شامل ۴ مهره سیاه و ۵ مهره سفید و ظرف دوم شامل ۲ مهره سیاه و ۴ مهره سفید و

مهره سفید و ظرف سوم فقط شامل ۷ مهره سفید است. یک ظرف به تصادف انتخاب نموده و به تصادف مهره

ای از آن بیرون می آوریم. احتمال سیاه بودن آن چقدر است؟

حل: ابتدا نمودار درختی را با توجه به مسئله رسم می کنیم.

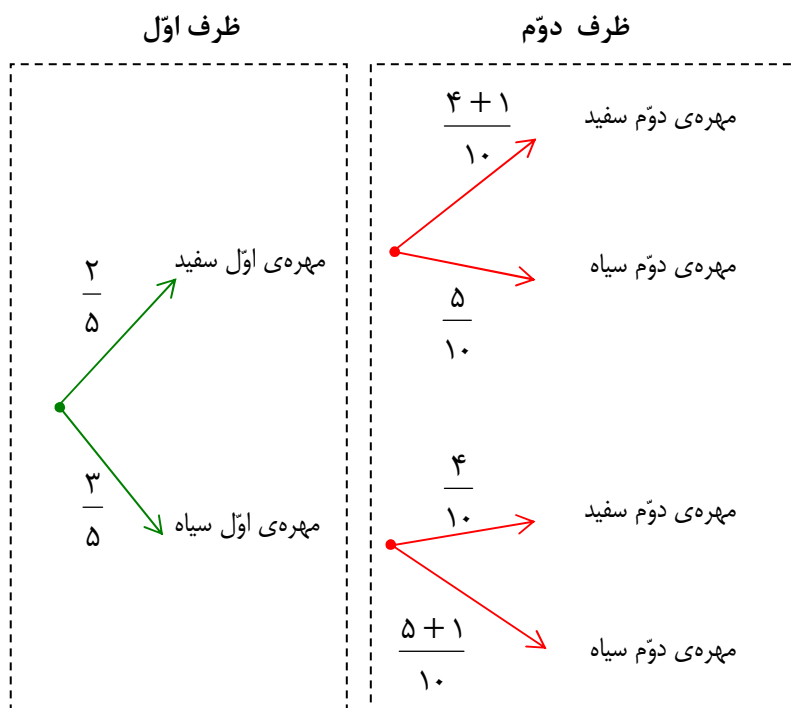


لذا احتمال اینکه مهره‌ی انتخاب شده سیاه باشد. برابر است با:

$$P(A) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{7}\right) = \frac{4}{27} + \frac{1}{9} = \frac{7}{27}$$

مثال: دو ظرف داریم، اولی شامل ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و دومی شامل ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است. از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوم قرار می دهیم. آنگاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آنرا حساب کنید که این مهره سفید است.

حل: ابتدا نمودار درختی را با توجه به صورت مسئله رسم می کنیم.



لذا احتمال اینکه مهره‌ی انتخاب شده سفید باشد. برابر است با:

$$P(A) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{10} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{10} = \frac{11}{25}$$

تمرین برای حل :

۱: دو کیسه داریم که اولی شامل ۲ گوی سفید و ۳ گوی سبز و دومی ۱ گوی سفید و ۹ گوی قرمز است.

یکی از دو کیسه را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال سفید بودن این گوی را محاسبه کنید.

۲: یک میوه فروش ده صندوق از سه باغ مختلف خریده است. ۳ صندوق از باغ شمالی، ۵ صندوق از باغ

مرکزی و ۲ صندوق از باغ جنوبی. در این سه باغ احتمال اینکه یک سیب لکه دار باشد، به ترتیب، ۱۰ درصد،

۳ درصد و ۵ درصد است. با فرض اینکه تعداد سیب‌ها در صندوق‌های مختلف برابر است، احتمال اینکه

سیبی که از صندوق‌ها بر می‌داریم، لکه دار باشد، چقدر است؟

۳: جمعیت بزرگسال در یک روستا، ۵۵ درصد زن و ۴۵ درصد مرد است. می‌دانیم که ۲۰ درصد زنان

بزرگسال و ۷۰ درصد مردان بزرگسال در این روستا گواهی نامه‌ی رانندگی دارند. اگر بزرگسالی را از ساکنان

روستا به تصادف انتخاب کنیم، احتمال اینکه گواهی نامه‌ی رانندگی داشته باشد، چقدر است؟

۴: دو ظرف داریم، در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از

ظرف اول یک مهره به طور تصادفی بر می‌داریم و بدون مشاهده، آن را به ظرف دوم منتقل می‌کنیم. اکنون

یک مهره از ظرف دوم بیرون می‌آوریم، با چه احتمالی این مهره سبز است؟

۵: در شهری ۶۰ درصد راننده‌ها مرد و ۴۰ درصد زن هستند. احتمال آنکه یک راننده‌ی مرد، وقتی چراغ

راهنمایی قرمز است، روی خط عابر توقف کند $0/05$ است و زن‌ها چنین تخلفی را به احتمال $0/01$ انجام

دهد. احتمال اینکه یک راننده در این شهر هنگام قرمز بودن چراغ راهنمایی روی خط عابر توقف کند، چقدر

است؟

۶: در دو جعبه به ترتیب، ۱۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه‌ی اول ۴ لامپ و در جعبه‌ی دوم ۳ لامپ

معیوب است. از هر کدام از جعبه‌ها ۵ لامپ به تصادف انتخاب و در یک جعبه قرار می‌دهیم. احتمال آنکه

لامپ انتخابی از جعبه‌ی جدید، معیوب باشد را محاسبه کنید.

۷: چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۴ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم

همه‌ی مهره‌ها قرمزند. در ظرف سوم ۸ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمزند و در ظرف چهارم هیچ مهره‌ی

قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم.

الف : احتمال اینکه مهره‌ی انتخابی قرمز باشد، چقدر است؟

ب : احتمال اینکه مهره‌ی انتخابی قرمز نباشد، چقدر است؟

۸ : دو ظرف یکسان داریم، اولی شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و دومی شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول یک مهره به تصادف برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوم قرار می دهیم. آنگاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آنرا حساب کنید که این مهره سبز است.

۹ : دو جعبه‌ی یکسان داریم. درون یکی از آنها ۱۲ لامپ وجود دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه‌ی دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب اند. به تصادف جعبه‌ی ای را انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می آوریم، چقدر احتمال دارد که لامپ مورد نظر معیوب باشد؟

۱۰ : فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۵۰ درصد کودک و نوجوان، ۲۰ درصد میانسال و ۳۰ درصد سالمند باشند و شیوع یک بیماری خاص در این دسته‌ها به ترتیب ۵ درصد و ۱ درصد و ۳ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، به چه احتمالی این فرد به بیماری مورد نظر مبتلا است؟

۱۱ : در یک جعبه، ۵ ساعت دیواری از نوع A ، ۲ تا از نوع B و ۱۵ تا از نوع C وجود دارد و احتمال اینکه عمر آنها از ۱۰ سال بیشتر باشد، برای نوع A برابر $\frac{۴}{۵}$ ، برای نوع B ، برابر $\frac{۹}{۱۰}$ و برای نوع C برابر $\frac{۱}{۲}$ است. به

تصادف یک ساعت از کارتن بیرون می آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ۱۰ سال است؟

۱۲ : مینا در انتخاب رشته‌ی خود برای تحصیلی در دبیرستان بین سه رشته‌ی ریاضی، تجربی و انسانی مردد است. اگر او ریاضی را انتخاب کند، به احتمال $\frac{۰}{۴۵}$ ، اگر تجربی را انتخاب کند به احتمال $\frac{۰}{۱}$ و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال $\frac{۰}{۳}$ در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال اینکه او رشته‌ی ریاضی را انتخاب کند، $\frac{۰}{۱}$ ، احتمال اینکه رشته‌ی تجربی را انتخاب کند $\frac{۰}{۶}$ و احتمال اینکه رشته‌ی انسانی را انتخاب کند $\frac{۰}{۳}$ باشد، حساب کنید که مینا با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟

۱۳ : سه جعبه‌ی یکسان داریم، در اولین جعبه ۲۰ مهره داریم که ۴ تای آنها آبی است. در جعبه‌ی دوم مهره آبی وجود ندارد و در جعبه‌ی سوم ۸ مهره داریم که ۵ تای آنها آبی است. اگر با چشم بسته، یکی از جعبه‌ها را انتخاب کنیم و از آن یک مهره بیرون بیاوریم، با کدام احتمال مهره انتخابی آبی نیست؟
